Stand: 01.09.2017

# Mathematische Grundkompetenzen im gemeinsamen Kern
# gültig ab den Matura-Prüfungsterminen 2017/2018

## 1 Zahlen und Maße

| Deskriptor | Formulierung des Deskriptors: Inhalt und Handlung |
|---|---|
| 1.1 | mit natürlichen, ganzen, rationalen und reellen Zahlen rechnen, ihre Zusammenhänge interpretieren und damit argumentieren und sie auf der Zahlengeraden veranschaulichen<br>siehe Kommentar |
| 1.2 | Zahlen in Fest- und Gleitkommadarstellung in der Form $\pm a \cdot 10^k$ mit $1 \leq a < 10$ und $a \in \mathbb{R}$, $k \in \mathbb{Z}$ verstehen und anwenden |
| 1.3 | Vielfache und Teile von Einheiten mit den entsprechenden Zehnerpotenzen (inkl. der Bedeutungen der Begriffe „Nano-“ bis „Tera-“) sowie Größen als Kombination von Maßzahl und Maßeinheit verstehen und anwenden |
| 1.4 | Ergebnisse beim Rechnen mit Zahlen abschätzen (überschlagsrechnen) und in kontextbezogener Genauigkeit angeben (kaufmännisch runden) |
| 1.5 | Zahlenangaben in Prozent und Promille im Kontext verstehen und anwenden |
| 1.6 | den Betrag einer Zahl verstehen und anwenden |

Kommentar 1.1: $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, ...\}$

## 2 Algebra und Geometrie

| Deskriptor | Formulierung des Deskriptors: Inhalt und Handlung |
|---|---|
| 2.1 | mit Termen rechnen siehe Kommentar |
| 2.2 | Rechenregeln für Potenzen mit ganzzahligen und rationalen Exponenten verstehen und anwenden; Potenz- und Wurzelschreibweise ineinander überführen |
| 2.3 | Rechengesetze für Logarithmen verstehen und anwenden siehe Kommentar |
| 2.4 | Probleme aus Anwendungsgebieten durch lineare Gleichungen mit einer Unbekannten modellieren, diese lösen und die Lösungen interpretieren; im Kontext argumentieren |
| 2.5 | Formeln aus der elementaren Geometrie anwenden, erstellen und im Kontext interpretieren und begründen siehe Kommentar |
| 2.6 | Zusammenhänge zwischen Größen durch eine Formel modellieren, die Formel umformen und die gegenseitige Abhängigkeit der Größen interpretieren und erklären<br>siehe Kommentar |
| 2.7 | Probleme aus Anwendungsgebieten durch lineare Gleichungssysteme in zwei Variablen modellieren, diese lösen, die möglichen Lösungsfälle grafisch veranschaulichen und interpretieren; im Kontext argumentieren |
| 2.8 | Probleme aus Anwendungsgebieten durch lineare Gleichungssysteme in mehreren Variablen modellieren, diese mittels Technologieeinsatz lösen; das Ergebnis in Bezug auf die Problemstellung interpretieren; im Kontext argumentieren |
| 2.9 | Probleme aus Anwendungsgebieten durch quadratische Gleichungen mit einer Variablen modellieren, reelle Lösungen quadratischer Gleichungen ermitteln und die verschiedenen möglichen Lösungsfälle interpretieren und damit argumentieren |

| | |
|---|---|
| 2.10 | Exponentialgleichungen vom Typ $a^{k \cdot x} = b$ nach $x$ auflösen |
| 2.11 | Polynomgleichungen, Exponentialgleichungen und Gleichungen mit trigonometrischen Funktionen in einer Variablen mittels Technologieeinsatz lösen und das Ergebnis interpretieren |
| 2.12 | Sinus, Cosinus und Tangens von Winkeln zwischen 0° und 90° als Seitenverhältnisse im rechtwinkeligen Dreieck verstehen und anwenden |

Kommentar 2.1: keine Polynomdivision und keine Partialbruchzerlegung

Kommentar 2.3:
$\log_a(b \cdot c) = \log_a(b) + \log_a(c)$
$\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a(b) - \log_a(c)$
$\log_a(b^r) = r \cdot \log_a(b)$

Kommentar 2.5: Es werden die Inhalte der elementaren Geometrie vorausgesetzt: Ähnlichkeit, Satz des Pythagoras, Dreiecke, Vierecke, Kreis, Würfel, Quader, gerade Prismen, gerade Pyramiden, Drehzylinder, Drehkegel, Kugel;
Längen, Flächen- und Rauminhalte in anwendungsbezogenen Problemen.

Kommentar 2.6: Formeln können aus allen Gebieten vorkommen, z. B. aus Technik, Wirtschaft und Naturwissenschaft. Sie müssen nicht im Fachzusammenhang verstanden werden, dennoch soll die Abhängigkeit der variablen Größen voneinander interpretiert werden können.

## 3 Funktionale Zusammenhänge

| Deskriptor | Formulierung des Deskriptors: Inhalt und Handlung |
|---|---|
| 3.1 | eine Funktion in einem geeigneten Definitionsbereich als eindeutige Zuordnung verstehen und als Darstellung der Abhängigkeit zwischen Größen interpretieren;<br>den Graphen einer gegebenen Funktion mittels Technologieeinsatz darstellen, Funktionswerte ermitteln und den Verlauf des Graphen im Kontext interpretieren **siehe Kommentar** |
| 3.2 | Zusammenhänge aus Anwendungsgebieten durch lineare Funktionen modellieren, damit Berechnungen durchführen, die Ergebnisse interpretieren und damit argumentieren;<br>Graphen von linearen Funktionen skizzieren und die Parameter kontextbezogen interpretieren;<br>den Zusammenhang zwischen einer linearen Gleichung in zwei Variablen und einer linearen Funktion verstehen und anwenden |
| 3.3 | Graphen von Potenzfunktionen ($y = c \cdot x^n$ mit $n \in \mathbb{Z}$, $c \in \mathbb{R}$ sowie $y = \sqrt{x}$) skizzieren, ihre Definitions- und Wertemenge angeben können, ihre Eigenschaften (Symmetrie, Polstelle, asymptotisches Verhalten) anhand ihrer Graphen interpretieren und damit argumentieren |
| 3.4 | Null-, Extrem- und Wendestellen sowie das Monotonieverhalten bei Polynomfunktionen bis zum Grad 3 bestimmen, interpretieren und damit argumentieren, zugehörige Graphen skizzieren; bei Polynomfunktionen 2. Grades vom Typ $f(x) = a \cdot x^2 + b$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ die Parameter interpretieren und damit argumentieren |
| 3.5 | Graphen von Exponentialfunktionen skizzieren, Exponentialfunktionen als Wachstums- und Abnahmemodelle interpretieren, die Verdoppelungszeit und die Halbwertszeit berechnen und im Kontext deuten sowie die Parameter von Exponentialfunktionen interpretieren<br>**siehe Kommentar** |
| 3.6 | lineare Funktionen und Exponentialfunktionen strukturell vergleichen, die Angemessenheit einer Beschreibung mittels linearer Funktionen oder mittels Exponentialfunktionen im Kontext beurteilen |
| 3.7 | die Nullstellen einer Funktion gegebenenfalls mittels Technologieeinsatz bestimmen und als Lösungen einer Gleichung interpretieren |

| | |
|---|---|
| 3.8 | Schnittpunkte zweier Funktionsgraphen gegebenenfalls mittels Technologieeinsatz bestimmen und diese im Kontext interpretieren |
| 3.9 | anwendungsbezogene Problemstellungen mit geeigneten Funktionstypen (lineare Funktion, quadratische Funktion und Exponentialfunktion) modellieren **siehe Kommentar** |
| 3.10 | Graphen von $f(x) = \sin(x)$, $f(x) = \cos(x)$ und $f(x) = \tan(x)$ mit Winkeln im Bogenmaß skizzieren und die Eigenschaften dieser Funktionen interpretieren und damit argumentieren; den Zusammenhang zwischen Grad- und Bogenmaß verstehen und anwenden; die Zusammenhänge im Einheitskreis verstehen und anwenden |

Kommentar 3.1: Funktionen können auch abschnittsweise definiert sein.
Variablen kontextbezogen benennen (nicht nur $x$ und $y$); dies gilt auch für Parameter von Funktionen (am Beispiel der linearen Funktion: nicht nur $k$ für Anstieg, $d$ für Ordinatenabschnitt)

Kommentar 3.5: die prototypischen Verläufe der Graphen von $f$ mit $f(x) = a \cdot b^x + c$ ($b \in \mathbb{R}^+$ und $a, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$) und $f(x) = a \cdot e^{\lambda \cdot x} + c$ ($a, c, \lambda \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$) kennen; die Parameter $a$, $b$, $c$ und $\lambda$ in unterschiedlichen Kontexten deuten

Kommentar 3.9: Vorausgesetzt wird die Kenntnis des Zusammenhangs zwischen Kosten-, Erlös- und Gewinnfunktion sowie grundlegender Begriffe der Zinseszinsrechnung.

## 4 Analysis

| Deskriptor | Formulierung des Deskriptors: Inhalt und Handlung |
|---|---|
| 4.1 | Grenzwerte und Stetigkeit von Funktionen auf der Basis eines intuitiven Begriffsverständnisses interpretieren und damit argumentieren |
| 4.2 | Differenzen- und Differenzialquotient als mittlere bzw. lokale Änderungsraten interpretieren, damit anwendungsbezogen modellieren, rechnen und argumentieren **siehe Kommentar** |
| 4.3 | Regeln zum Berechnen von Ableitungsfunktionen von Potenz-, Polynom- und Exponentialfunktionen und Funktionen, die aus diesen zusammengesetzt sind, verstehen und anwenden: Faktorregel, Summenregel, Produktregel, Kettenregel |
| 4.4 | Monotonieverhalten, Steigung der Tangente und Steigungswinkel, lokale Extrema, qualitatives Krümmungsverhalten, Wendepunkte von Funktionen am Graphen ablesen, mithilfe der Ableitungen modellieren, berechnen, interpretieren und argumentieren **siehe Kommentar** |
| 4.5 | den Zusammenhang zwischen Funktion und ihrer Ableitungsfunktion bzw. einer Stammfunktion interpretieren und erklären; bei gegebenem Graphen einer Funktion den Graphen der zugehörigen Ableitungsfunktion skizzieren **siehe Kommentar** |
| 4.6 | Regeln zum Berechnen von Stammfunktionen von Potenz- und Polynomfunktionen verstehen und anwenden |
| 4.7 | das bestimmte Integral auf der Grundlage eines intuitiven Grenzwertbegriffes als Grenzwert einer Produktsumme interpretieren und damit argumentieren |
| 4.8 | das bestimmte Integral als orientierten Flächeninhalt verstehen und anwenden |

Kommentar 4.2: Vorausgesetzt wird die Kenntnis des Zusammenhangs zwischen Weg, Geschwindigkeit und Beschleunigung. Hier geht es nicht um das Bestimmen der Grenzwerte von Differenzenquotienten.

Kommentar 4.4: *Qualitatives Krümmungsverhalten* meint die Bedeutung des Vorzeichens der 2. Ableitung.

Kommentar 4.5: Eine Größe soll als Integral ihrer Änderungsrate bzw. Ableitung interpretiert werden können („Integrale als Gesamteffekt von Änderungsraten auffassen"). Jedoch wird (mit Ausnahme Geschwindigkeit und Weg) nicht verlangt, dass die Kandidatinnen und Kandidaten die jeweils involvierten physikalischen Größen (z. B. Energie bzw. Arbeit und Leistung) selbstständig benennen können.

## 5 Stochastik

| Deskriptor | Formulierung des Deskriptors: Inhalt und Handlung |
|---|---|
| 5.1 | Daten statistisch aufbereiten, Häufigkeitsverteilungen (absolute und relative Häufigkeiten) bestimmen und interpretieren; Daten in Form von Kreis- und Balken-/Säulendiagrammen sinnstiftend veranschaulichen, diese Darstellungen interpretieren und damit anwendungsbezogen argumentieren |
| 5.2 | Lage- und Streuungsmaße empirischer Daten berechnen, interpretieren und damit argumentieren; Boxplots erstellen und interpretieren **siehe Kommentar** |
| 5.3 | den klassischen Wahrscheinlichkeitsbegriff nach Laplace verstehen und anwenden; den Zusammenhang zwischen Wahrscheinlichkeiten und relativen Häufigkeiten verstehen und anwenden |
| 5.4 | mehrstufige Zufallsexperimente („Ziehen mit/ohne Zurücklegen") mit Baumdiagrammen modellieren, Wahrscheinlichkeiten mithilfe von Pfadregeln (Additions- und Multiplikationssatz) berechnen und Baumdiagramme interpretieren und damit argumentieren |
| 5.5 | mit der Binomialverteilung modellieren, ihre Anwendung begründen, Wahrscheinlichkeiten und Erwartungswert berechnen und die Ergebnisse kontextbezogen interpretieren |
| 5.6 | mit der Wahrscheinlichkeitsdichte und der Verteilungsfunktion der Normalverteilung modellieren, Wahrscheinlichkeiten und Quantile berechnen* und die Ergebnisse kontextbezogen interpretieren, Erwartungswert $\mu$ und Standardabweichung $\sigma$ interpretieren und deren Auswirkungen auf den Graphen der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsdichte erklären **siehe Kommentar** |

Kommentar 5.2: Folgende Lage- und Streuungsmaße sind gemeint: Median, arithmetisches Mittel und Standardabweichung, Quartil, Spannweite, (Inter)quartilsabstand.

Varianz einer Datenliste

$$s^2 = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2$$

Varianz einer Stichprobe vom Umfang $n$ als Schätzung der Varianz einer Grundgesamtheit

$$s_{n-1}^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2$$

In vielen Fällen wird in Lehrbüchern nicht klar zwischen den verschiedenen Formeln unterschieden, daher gilt für die Reife- und Diplomprüfung für den Teil A folgende Festsetzung: Beide Formeln für $s^2$ und $s_{n-1}^2$ gelten als richtig.

Kommentar 5.6: * Hier sind folgende Varianten gemeint:

- die Wahrscheinlichkeiten für $X < k$; $X > k$; $k_1 < X < k_2$ (evtl. auch die zugehörigen nicht strengen Ungleichungen, d. h.: $\leq$ statt $<$) bei bekanntem Erwartungswert und bekannter Standardabweichung berechnen
- bei vorgegebener Wahrscheinlichkeit die Intervallgrenzen für ein spezielles Ereignis ermitteln